

TD 4

L'arbitrage travail-loisir et l'offre de travail

On considère un individu dont la fonction d'utilité U a pour arguments un bien de consommation agrégé, c , et du loisir, l , telle que $U = U(c, l)$. Cette fonction d'utilité est supposée continue, et représenter des préférences rationnelles. Par ailleurs, on suppose que cette fonction est :

1. Strictement quasi-concave;
2. $U'_c(c, l) = \frac{\partial U(c, l)}{\partial c} > 0$ et $U'_l(c, l) = \frac{\partial U(c, l)}{\partial l} > 0$;
3. $\lim_{l \rightarrow 0} TMS_{c, l} = +\infty$ et $\lim_{c \rightarrow 0} TMS_{c, l} = 0$ (en définissant $TMS_{c, l} = \frac{U'_l(c, l)}{U'_c(c, l)}$).

On suppose également que l'individu touche un revenu $R > 0$ indépendamment de tout travail (il peut s'agir de revenus du capital, d'une bourse, d'un transfert parents-étudiant, etc.). On suppose qu'il peut allouer une durée maximale quotidienne T de son temps au travail et au loisir, et qu'il touche un salaire horaire w s'il décide de travailler. On note p le prix du bien de consommation. On note m le revenu total de l'individu (soit la somme de son revenu exogène R et de son éventuel revenu du travail). Evidemment, m dépend de w ($m = m(w)$).

Enfin, on fait l'hypothèse que l'agent alloue son temps disponible, T , entre le travail et le loisir de manière à maximiser son utilité.

1. Que signifient les **hypothèses** faites sur la fonction d'utilité ? Qu'impliquent-elles pour le PMU ?

2. La contrainte budgétaire

- (a) En notant h le nombre d'heures travaillées, écrire et interpréter la contrainte budgétaire de cet individu en fonction de p , c , w , l , R et T .

Indice : en plus des contraintes de non-négativité classiques, la contrainte se décline en deux inéquations.

- (b) Quel est le prix du loisir dans ce modèle ?
- (c) Représentez graphiquement la contrainte budgétaire dans le plan (l, c) . Que remarquez-vous au point $l = T$?

3. Le Programme de Maximisation de l'Utilité (PMU)

- (a) Ecrire le programme de maximisation de l'agent qui permet de déterminer les niveaux optimaux de consommation c^* et de loisir l^* . Posez proprement les conditions de Kuhn et Tucker.
 - (b) A quelle condition sur le $TMS_{c,l}(c, l)$ le PMU admet-il une solution en coin telle que $l^* = T$?
 - (c) Représentez graphiquement dans le plan (l, c) les deux types de solution possibles.
 - (d) Comment déduit-on le nombre optimal d'heures travaillées h^* ?
4. Caractériser le **salaire de réserve** de l'individu, \underline{w} , qui se définit comme la valeur du salaire telle que l'individu est parfaitement indifférent entre travailler et allouer tout son temps au loisir (ou encore, comme la valeur du salaire en-deça de laquelle l'individu préfère allouer tout son temps disponible au loisir plutôt que de travailler).

5. L'effet des variations de salaire horaire

- (a) On suppose que les conditions d'existence d'une condition intérieure sont réunies. On note $x_l(p, w, m(w))$ la demande marshallienne de loisir et $h_l(p, w, u)$ la demande hicksienne de loisir de l'individu. On suppose que le loisir est un bien normal. En utilisant la question précédente, montrer que l'effet du salaire horaire sur la demande (marshallienne) de loisir s'écrit, en notant $u = v(p, w, m(w))$:

$$\frac{\partial x_l(p, w, m(w))}{\partial w} = \frac{\partial h_l(p, w, u)}{\partial w} + [T - x_l(p, w, m)] \frac{\partial x_l(p, w, m)}{\partial m}$$

- (b) $h^* = x_h(p, w, m(x))$ correspond à l'offre de travail de l'individu. Utiliser l'équation de Slutsky de la question précédente pour déterminer l'effet d'une variation du salaire horaire sur l'offre de travail. Accompagnez votre réponse d'une représentation graphique qui met en évidence les différents effets en jeu.
6. Dans quelle mesure ce modèle permet-il d'expliquer que l'augmentation des salaires au cours du XX^{ème} siècle se soit accompagnée simultanément de :
- (a) une diminution du nombre d'heures travaillées par les hommes ?
 - (b) une augmentation de la participation des femmes au marché du travail ?