Marianne Tenand
Microéconomie 1 (2016 - 2017) - Département d'économie ENS

**TD2**
Cours 1 : Préférences, utilité et contrainte budgétaire

# 1 Exercice 1 : élasticité-prix et élasticité-revenu

Soit un consommateur pouvant choisir son panier de consommation dans l'espace des objets $X \in \mathbb{R}^k$, sous la contrainte budgétaire définie par un revenu $R$ et des prix $p$ $(R, p > 0)$. La demande marshallienne s'écrit :

$$x(p,R) = (x_1(p_1,...,p_k,R),...,x_k(p_1,...,p_k,R)) \tag{1}$$

On suppose que $x_j(p,R) > 0$ pour tout $p, R > 0$.

L'élasticité-prix du bien $j$ se définit mathématiquement ainsi :

$$\epsilon_j = \frac{\frac{\mathrm{d}x_j(p,R)}{x_j(p,R)}}{\frac{\mathrm{d}p_j}{p_j}} \tag{2}$$

1. Montrez qu'on peut réécrire l'élasticité-prix du bien $j$ comme suit :

$$\epsilon_j = \frac{\partial x_j(p,R)}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_j(p,R)} \tag{3}$$

*Indication : aidez-vous des rappels de maths mis en ligne. L'objectif est de vous rappeler qu'il ne faut pas confondre différentielle* (d) *et dérivée partielle* ($\partial$)*.*

2. Considérons la fonction de demande marshallienne pour chaque bien $j$ suivante :

$$x_j(p,R) = \frac{\alpha_j R}{\alpha p_j} \quad \forall j = 1,...,k \tag{4}$$

avec $\alpha = \sum_{j=1}^{k} \alpha_j$ et $\alpha_j > 0 \quad \forall j = 1,...,k$. Une telle fonction de demande marshallienne est dérivée du problème de maximisation de l'utilité avec $U(x) = \prod_{j=1}^{k} x_j^{\alpha_j}$, qui est une **fonction de Cobb-Douglas généralisée**.

(a) Que vaut l'élasticité-prix du bien $j$, $\epsilon_j$, pour $j = 1, ..., k$ ?

(b) Rappelez la définition de l'élasticité-prix croisée du bien $j$ par rapport au bien $l(l \neq j)$, $\epsilon_{jl}$. A quoi est-elle égale dans notre exemple ?

(c) Rappelez la définition de l'élasticité-revenu du bien $j$, $\epsilon_R$. A quoi est-elle égale dans notre exemple ?

(d) Le bien $j$ est-il inférieur ou normal ? Que peut-on dire des biens $j$ et $l$, pour tout $j \neq l$ ?

## 2 Exercice 2 : élasticité de substitution

Il existe un autre concept d'élasticité souvent utilisée en microéconomie. L'**élasticité de substitution** entre le bien $j$ et le bien $l$ donne la variation (en %) du ratio de la quantité consommée de bien $j$ à la quantité consommée de bien $l$ due à la variation de 1 % du taux marginal de substitution entre ces deux biens. Elle traduit la substituabilité des deux biens pour le consommateur et correspond graphiquement à la courbure des courbes d'indifférence. Notez bien qu'elle se définit en dehors de toute référence aux prix de marché des biens : l'élasticité de substitution caractérise les préférences.

Pour une fonction d'utilité $U = U(x)$ dérivable en tout point $x \in X^k$, on définit cette élasticité comme[1] :

$$\sigma_{jl} = \frac{\mathrm{d}ln(x_l/x_j)}{\mathrm{d}ln(TMS_{jl})} = \frac{\mathrm{d}ln(x_l/x_j)}{\mathrm{d}ln(Um_{x_j}/Um_{x_l})} \quad \forall j, l = 1, ..., k \tag{5}$$

En utilisant les propriétés de la différentielle (notamment que $\mathrm{d}ln(x) = \frac{\mathrm{d}x}{x}$), on peut réécrire $\sigma_{jl}$ ainsi :

$$\sigma_{jl} = \frac{\frac{\mathrm{d}(x_l/x_j)}{(x_l/x_j)}}{\frac{\mathrm{d}(Um_{x_j}/Um_{x_l})}{(Um_{x_j}/Um_{x_l})}} \quad \forall j, l = 1, ..., k \tag{6}$$

1. On considère une fonction d'utilité de type Cobb-Douglas : $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$. Que vaut $\sigma_{12}$ ?

2. Même question avec une fonction d'utilité de type CES : $U(x_1, x_2) = (x_1^{\rho} + x_2^{\rho})^{1/\rho}$, avec $\rho \neq 0$ (NB: "CES" signifie *Constant Elasticity of Substitution*).

[1] *A priori*, l'élasticité de substitution $\sigma_{jl}$ est fonction de $x_j, x_l$. En toute rigueur, on devrait la noter $\sigma_{jl}(x_j, x_l)$ ; en pratique, on omet souvent dans la notation en quel point cette élasticité est évaluée : cela tient au fait que pour les fonctions d'utilité les plus courantes, l'élasticité de substitution est effectivement constante.