

Examen

Mardi 17 janvier 2017

Vous disposez de 2 heures. Vous n'avez droit ni à des documents ni à la calculatrice. Dans tous les exercices, on se place dans le cadre de la théorie néoclassique. Le barème, sur 25, n'est fourni qu'à titre indicatif. Bon courage !

Exercice 1 : QCM [6,5 points]

Plusieurs réponses sont possibles. Vous obtenez 0,75 point si vous donnez une bonne réponse, et vous perdez 0,5 point en cas de mauvaise réponse (sans pouvoir obtenir une note globale négative). Sur votre copie d'examen, reportez simplement le numéro de la question et la lettre correspondant à votre réponse (par exemple : 3-b). Aucune explication n'est attendue.

1. On suppose qu'une entreprise est caractérisée par la technologie de production suivante : $f(K, L) = K + L$, où Q est la quantité produite, K est la quantité de facteur capital utilisé et L la quantité de facteur travail employé. On suppose que chaque unité de capital coûte 3 € et chaque unité de travail coûte 4 €. Quel est le coût minimal qui doit être supporté par l'entreprise si elle désire produire 10 unités de son produit ?
 - (a) 20 €
 - (b) 30 €
 - (c) 70 €
 - (d) On ne peut pas répondre avec ces seules informations

2. On a les informations suivantes sur les contraintes technologiques (à court terme) d'une entreprise : la quantité produite Q est 20, les coûts variables valent alors $CV = 100$, les coûts fixes $CF = 600$, et le coût marginal Cm est de 30. On suppose que la fonction de coût est continue. On peut en déduire que, au niveau de production considéré :
 - (a) La fonction de coût moyen est croissante
 - (b) La fonction de coût moyen est décroissante
 - (c) La fonction de coût marginal est croissante
 - (d) La fonction de coût marginal est décroissante

3. Imaginez un étudiant qui cherche du travail pour l'été. Un vendeur ambulant sur la plage auquel il s'est adressé lui répond qu'il ne l'embaucherait pas même si l'étudiant travaillait gratuitement. On peut déduire de cette réponse cavalière que :
 - (a) Le vendeur ambulant produit au moindre coût
 - (b) La productivité moyenne du travail est croissante
 - (c) La productivité marginale du travail est croissante
 - (d) La productivité marginale du travail est au plus nulle

4. Soit une fonction de production à deux inputs (z_1, z_2) qui sont des substituts parfaits. On peut en déduire que la représentation de l'isoquante dans le plan (z_1, z_2) correspond à une fonction :
- Décroissante
 - Strictement convexe
 - Strictement concave
 - Affine.
5. La règle générale pour allouer une ressource productive entre différentes activités productrices de manière efficiente est de choisir l'allocation telle que :
- La productivité moyenne de cette ressource soit la même dans toutes les activités productrices
 - La productivité marginale de cette ressource soit la même dans toutes les activités productrices
 - La production totale soit la même dans toutes les activités productrices
 - La productivité moyenne soit égale à la productivité marginale de cette ressource dans toutes les activités productrices
6. Soit une entreprise qui cherche à déterminer la quantité Q à produire de manière à maximiser son profit. La fonction de profit qu'elle utilise est $\Pi(Q) = (aQ - bQ^2) - C(Q)$, avec $a, b > 0$, et $C(Q)$ le coût minimal à supporter pour atteindre le niveau de production Q . Cette entreprise :
- Opère en situation de concurrence imparfaite
 - Opère en situation de concurrence pure et parfaite
 - Peut vendre son output d'autant plus cher qu'elle produit peu
 - On ne peut rien dire sans information sur les coûts de production
7. Afin d'évaluer la compensation à verser à un agent suite à la réalisation de vastes travaux affectant le tissu économique de sa ville, un économiste propose d'utiliser la variation compensatrice : $VC = m' - e(p', v(p, m))$, avec (p, m) le vecteur de prix et le revenu de l'individu avant le projet, et (p', m') le vecteur de prix et le revenu de l'individu une fois le projet réalisé. L'économiste calcule une première fois la VC , avant qu'il ne se rende compte qu'en réalité les prix et le revenu de l'agent une fois le projet réalisé seront uniformément 10 % plus élevés que ce qui avait été anticipé. La nouvelle valeur de la VC sera :
- Inchangée par rapport à ce qui avait été d'abord calculé
 - 10% plus faible que ce qui avait été d'abord calculé
 - 10% plus élevée que ce qui avait été d'abord calculé
 - On ne peut rien dire sans connaître les préférences de l'individu

Exercice 2 : questions courtes [4,5 points]

2.1. Élasticités-prix et élasticité-revenu

On s'intéresse à la consommation d'un bien x d'un individu disposant d'un revenu exogène. On suppose que le bien x est un bien normal pour l'individu.

En utilisant une relation bien connue, montrez que :

$$|\epsilon_x^M| = |\epsilon_x^H| + s_x \mu_x^R$$

où :

- ϵ_x^M est l'élasticité-prix de la demande marshallienne de bien x ;
- ϵ_x^H est l'élasticité-prix de la demande hicksienne de bien x ;
- μ_x^R est l'élasticité-revenu de la demande marshallienne de bien x ;
- s_x est la part de son revenu que l'individu alloue à la consommation du bien x .

2.2. Élasticité de substitution et partage de la valeur ajoutée

Le jeune Thomas révise son partiel d'économie. Il ne comprend pas pourquoi l'hypothèse que la fonction de production agrégée de l'économie française est du type $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ permet de rendre compte du fait que la part de la valeur ajoutée allant au travail est restée globalement stable au cours du XXème siècle. Pouvez-vous lui réexpliquer ?

NB : on note K (resp. L) la quantité de capital (resp. de travail) employée dans l'économie et L et Y le niveau du PIB. On suppose $0 < \alpha < 1$.

Exercice 3 : équilibre de marché et taxation [5 points]

On considère un marché pour un bien donné. La courbe d'offre inverse est donnée par $P_S(Q_S) = 200 + \frac{3}{10}Q_S$, avec Q_S la quantité offerte par les producteurs et P_S est le prix unitaire minimal auquel les producteurs sont prêts à vendre une quantité donnée. La courbe de demande inverse du marché est donnée par $P_D(Q_D) = 400 - 0,1Q_D$ où Q_D est la quantité demandée par les consommateurs, et P_D le prix unitaire maximal que les consommateurs sont prêts à payer pour une quantité donnée.

Équilibre du marché sans taxe

1. Montrer que l'équilibre du marché (P_D^*, P_S^*, Q^*) est $(350, 350, 500)$.
2. Calculer l'élasticité-prix de la demande et l'élasticité-prix de l'offre à l'équilibre.
3. En vous aidant d'un graphique, déterminer la valeur numérique du surplus du consommateur et du surplus du producteur à l'équilibre du marché après en avoir rappelé les définitions.

Equilibre du marché avec taxe

On suppose maintenant que le gouvernement instaure une taxe forfaitaire sur la consommation, d'un montant unitaire t . On notera P le prix TTC du produit et \underline{P} le prix hors taxe du produit.

4. Comment s'écrit maintenant la fonction de demande inverse qui donne la relation entre le prix *hors taxe* que les consommateurs sont prêts à payer et la quantité demandée ? De manière analogue, comment s'écrit maintenant la fonction d'offre inverse ?
5. Représentez sur un graphique le nouvel équilibre du marché, en précisant les prix TTC et hors taxe et la quantité d'équilibre. Identifier les variations de surplus du producteur et du consommateur, ainsi que la perte sèche.
6. La taxe a-t-elle davantage affecté les producteurs ou les consommateurs ? Justifiez à partir des enseignements de la théorie de l'incidence.

Exercice 4 : décisions de départ en retraite [9 points]

On s'intéresse à un agent qui souffle les bougies de son 55^{ème} anniversaire. Il a un emploi dont il tire l'intégralité de son revenu, pour un salaire de W par an. Il commence pourtant à penser à sa retraite, et se demande quel serait pour lui l'âge optimal pour cesser son activité.

Son régime de retraite ne lui permet de toucher une pension de retraite qu'à partir d'un âge minimal, noté MA ($MA > 55$), puis sans limite de durée (jusqu'à son décès). Le montant *annuel* de la retraite qu'il touchera une fois sa retraite prise, noté $B(R)$, est une fonction de l'âge de la cessation de son activité professionnelle, R : plus l'individu prolonge son activité (et donc cotise pour sa retraite), et plus le montant *annuel* de sa pension sera élevé.

On suppose que l'agent maximise son utilité sur son cycle de vie "restant" : l'individu prend en compte l'ensemble des années qu'il lui reste à vivre au-delà de ses 55 ans, sans tenir compte du passé. On suppose que l'agent peut continuer à travailler aussi longtemps qu'il le souhaite et qu'il connaît son espérance de vie, qu'on notera T (avec $T > MA$).

Les préférences de l'agent sont représentées par une fonction qui dépend de deux arguments : $U = U(L, C)$, avec C le niveau de consommation entre 55 ans et le décès, et L le nombre d'années de "loisir" (non travaillées) entre les 55 ans de l'agent et son décès. L'agent va choisir L et C de manière à maximiser U . Il est contraint par le revenu qu'il va percevoir entre ses 55 ans et son décès.

La contrainte budgétaire

1. Justifiez brièvement que le revenu sur cycle de vie est donné par :

$$Y = (R - 55)W + (T - \max(R, MA))B(R) \quad (1)$$

puis réécrivez Y comme une fonction de L plutôt que de R (en remarquant que $L = T - R$).

2. On va chercher à représenter la contrainte budgétaire graphiquement, dans le plan (L, C) . On note P l'indice des prix à la consommation. En premier lieu, déterminez le niveau de consommation C lorsque :
 - (a) $R = 55$
 - (b) $R = MA$
 - (c) $R = T$

Comparez ces valeurs, sous l'hypothèse additionnelle que la pension de retraite annuelle est toujours inférieure au salaire annuel.

3. Que vaut $Y'(L)$, selon que $R \leq MA$ ou $R > MA$? Donnez une expression économique de cette pente, et comparez leurs valeurs relatives. On fait l'hypothèse que l'incrément de pension induit par la prolongation d'un an de son activité est constant : $B'(R) = \tilde{B} \quad \forall R$.
4. Représentez la contrainte budgétaire dans le plan (L, C) .

Les préférences

5. Définissez le taux marginal de substitution de la consommation en fonction du loisir sur cycle de vie, $TMS_{L,C}(L, C)$.
6. On suppose que $U(\cdot)$ est strictement quasi-concave et que les préférences sont monotones. Par ailleurs, $U(0, C) = U(0, L) = 0 \quad \forall C, L$. Qu'en déduisez-vous pour la résolution du PMU ?

Le PMU

7. Écrivez le problème de maximisation de l'utilité de l'agent, en faisant apparaître les différentes contraintes.
8. Écrivez le Lagrangien correspondant au PMU dans la partie de la contrainte budgétaire où $R \geq MA \iff L \leq T - MA$, en incluant toutes les contraintes pertinentes¹.
9. Posez les conditions de Kuhn et Tucker associées.
10. En déduire une expression $TMS_{L,C}(L^*, C^*)$ en fonction des paramètres, selon que, à l'optimum :
 - (a) L'agent arrête de travailler après l'âge MA ;
 - (b) L'agent prend sa retraite à l'âge MA .

¹Pour résoudre analytiquement un PMU avec contrainte budgétaire coudée à deux morceaux, on pose deux sous-PMU associé chacun à un morceau de la contrainte budgétaire.

11. Procédez de même pour poser le PMU dans la partie de la contrainte budgétaire où $R \leq MA$. Déduisez-en une expression de $TMS_{L,C}(L^*, C^*)$ en fonction des paramètres lorsque, à l'optimum :

- (a) L'agent prend sa retraite à l'âge minimal légal MA ;
- (b) L'agent arrête de travailler entre 55 ans et MA ;
- (c) L'agent arrête de travailler à 55 ans.

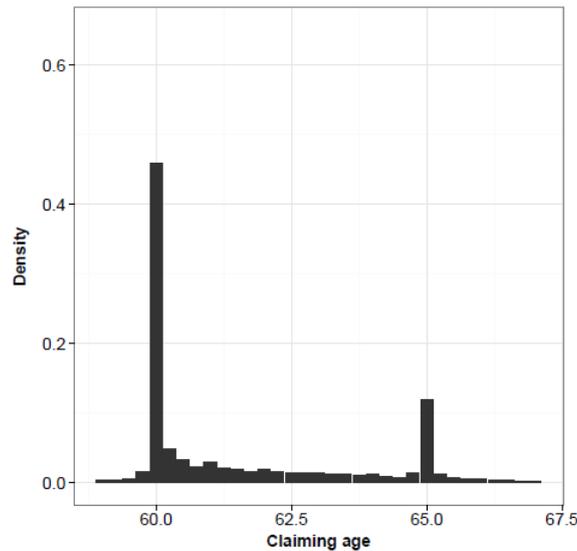
Pour vérifier que vous avez bien identifié l'ensemble des solutions possibles, vous pouvez les représenter sur la contrainte budgétaire que vous avez dessinée.

12. Finalement, sous quelles conditions sur $TMS_{L,C}(L^*, C^*)$ a-t-on $R^* = MA$?

Système de retraite et comportements de départ

13. Un des éléments empiriques bien documentés concernant les comportements de départ à la retraite est l'existence d'un "pic" à l'âge minimal de départ (de 60 ans en France, pour les générations nées jusqu'en 1951). A partir de ce qui précède, quelle explication à ce phénomène pourriez-vous avancer ?

Figure 1: Distribution de l'âge de départ à la retraite, en France



NOTES : Retraités du régime général en France, générations 1940-1948 (données Cnav).

LECTURE : Environ 17% des affiliés au régime général nés entre 1940 et 1948 ont liquidé leur retraite à 65 ans.

8 SOURCE : Rabaté S. (2016), Équilibrer le système de retraite : quelles réformes pour quels objectifs ?, thèse en sciences économiques, PSE-PSL-ENS, p.100.

14. Le gouvernement voudrait modifier le système de retraite de manière à ce que les âges de départ en retraite soient plus uniformément répartis. Sur quels leviers lui conseillez-vous de jouer ?