Université de TOURS - L1 GESTION

Cours Fondements Économiques de la Gestion

Entrainements n° 4

Hiver 2018

Les savoirs pour cet entrainement : connaître et savoir la productivité (marginale) d'un facteur, la règle de l'égalisation de la productivité marginale avec le prix relatif du facteur

Il y a une intuition assez naturelle qu'on pourrait mesurer la « productivité » d'un facteur. Cependant, commun. La mesure phare est la *productivité marginale*, autrement dit, l'augmentation de production induite par l'usage d'une unité de facteur supplémentaire.	Une manière de représenter cette productivité est de recourir à la fonction de production, qui établit clairement les possibilités de la production, en fonction des différentes combinaisons des facteurs. Par exemple pour une technologie à deux facteurs on considèrera une fonction $f(K, L)$ où K désigne la quantité de capital physique et L la quantité de travail employée.	La productivité marginale d'un facteur est la dérivée de la fonction de production par rapport à la variable désignant la quantité utilisée de ce facteur. La productivité marginale du travail est f_L, du capital, f_K.	La production optimale d'un bien que l'on vend au prix p dépend des conditions de vente (p). Le bon usage du facteur x est atteint quand $f_x = p_x/p$, cad quand on égalise la productivité marginale avec le coût marginal du facteur (compté en biens produits).

Productivité marginale, coût marginal, Production optimale

Une firme produit un bien avec un seul facteur de production selon la technologie $q = \sqrt{x}$

1) Dire quelle est la productivité marginale du facteur de production

La productivité marginale est la dérivée de la fonction de production, ici $\sqrt{x}$, soit $q_x = 1/2\sqrt{x}$

L'énoncé demande de calculer la productivité marginale, selon tous les horizons de production, soit une fonction que l'on dénote ici q_x (la dérivée de la production q par rapport à la variable x).

2) Dire quelle est la productivité marginale du facteur de production quand la firme utilise déjà quatre facteurs de production puis interpréter.

Il est donc nécessaire de calculer la fonction productivité marginale, ce que l'on a fait à la question précédente, et de l'évaluer pour $x = 4$. Lorsque $x = 4$, $q_x = 1/2\sqrt{x}$ vaut $1/2\sqrt{4} = 1/4 = 0,25$

Interprétation : Dans cette firme, si on utilise une quantité supplémentaire d'input, on obtiendra la quantité 1/4 d'output supplémentaire. Plus précisément, si on utilise une quantité ε supplémentaire d'input, avec ε petit, on obtiendra la quantité $\varepsilon/4$ d'output supplémentaire.

3) Dire quelle est la productivité marginale du facteur de production quand la firme produit déjà deux biens puis interpréter.

C'est une question assez similaire à la précédente. Il faut seulement comprendre la situation de la firme au moment où l'on mesure le facteur de production. On indique dans l'énoncé qu'elle produit deux biens, cad $q = 2$. La quantité de facteurs utilisée est 4. On trouve ce résultat, soit de manière intuitive (la meilleure), soit en résolvant l'équation $\sqrt{x} = 2$, qui en portant chacun de ses membres au carré implique $x = 4$.

La productivité marginale quand $x = 4$ est la valeur de la fonction $q_x = 1/2\sqrt{x}$ quand $x = 4$, à savoir $q_x = 1/2 * 2 = 1/4 = 0,25$.

4) Dire quelle est la production optimale de la firme quand les prix de vente et du facteur de production sont respectivement $p = 4$ et $p_x = 1$. On pourra se reporter aux résultats des questions précédentes.

La production optimale est atteinte quand la productivité marginale égale le coût relatif du facteur, soit quand

$$1/2\sqrt{x} = 1/4$$

où le membre de gauche désigne la productivité marginale et le membre de droite le coût relatif du facteur

Or, on a vu dans la question précédente que lorsque $x = 4$, la productivité marginale est exactement $1/4$. On doit donc en conclure que le choix optimal de production est atteint quand $x = 4$, cad quand $q = 2$. La réponse est $q^* = 2$.

5) Même question quand $p = 10$ et $p_x = 1$. Si la réponse indique une augmentation de la production, interpréter la réponse.

La démarche pour chercher la production optimale est toujours la même, à savoir égaliser la productivité marginale $q_x = 1/2\sqrt{x}$ et le prix relatif du facteur $1/10$, ce qui s'écrit :

$$1/2\sqrt{x} = 1/10$$

ou encore

$$2\sqrt{x} = 10$$

soit, $\sqrt{x} = 5$, $x = 25$, $q = 5$.

La réponse est donc $q^* = 5$. Dans ce nouveau contexte, on augmente la prodcution

C'est assez intuitif, une intuition déjà vue par ailleurs. Quand le prix de vente augmente, il y a plus d'opportunité de faire des profits, et donc, on produit plus.

Une autre intuition est que lorsque le prix de vente augmente, alors, le coût marginal du facteur p_x/p diminue, et donc, une augmentation du nombre de facteur utilisés conduit à une augmentation du profit.

Une autre firme produit ce même bien avec un seul facteur de production selon la technologie $q = 2\sqrt{x}$.

6) Est-ce que cette nouvelle firme est meilleure ou non ? Donner un argument qui justifie votre réponse

Cette nouvelle firme produit deux fois plus d'output pour un même niveau d'input : elle est plus productive

7) Est-ce que la productivité marginale de la nouvelle firme est meilleure ou non ?

Pour répondre à la question, il faut dans l'absolu calculer la productivité marginale de cette nouvelle firme, qui est égale à $q_x = 1/\sqrt{x}$, cad deux fois plus que la productivité marginale de la firme précédente. Donc, à taille égale, la nouvelle firme, quand elle utilise une quantité supérieure d'input, produit avec cet input deux fois plus que l'ancienne firme.

8) Calculer la productivité marginale de la nouvelle firme

Il s'agit de calculer la dérivée de la nouvelle firme, ce qui donne, comme déjà dit dans le corrigé de la question précédente $q_x = 2/2\sqrt{x} = 1/\sqrt{x}$.

9) Calculer la productivité marginale de la nouvelle firme quand elle utilise quatre facteur de production

Lorsque $x = 4$, la productivité marginale est la valeur de la fonction $q_x = 1/\sqrt{x}$

10) Quelle est la production optimale de cette firme quand $p = 4$ et $p_x = 1$?

La question est posée pour cette firme On doit donc égaliser sa productivité marginale $q_x = 1/\sqrt{x}$ à $1/4$, soit résoudre :

$$1/\sqrt{x} = 1/4$$

ou encore

$$\sqrt{x} = 4$$

soit $x = 16$, $q = 2 * 4 = 8$.

11) Comparer la production optimale de cette nouvelle firme quand $p = 4$ et $p_x = 1$ avec la production optimale de l'ancienne firme quand $p = 4$ et $p_x = 1$. Qu'en déduisez-vous ?

L'ancienne firme utilisait beaucoup moins de facteurs (4 alors qu'ici la nouvelle en utilise 16), pour une production deux fois moindre (2 au lieu de 4).

12) À supposer que vous déteniez deux firmes, l'ancienne et la nouvelle, quelle est la bonne attitude du gérant vis à vis de ces firmes. Vous expliquerez votre réponse dans l'encadré.

☐ . . . . *Faire produire la nouvelle firme, beaucoup plus performante, et se détourner de l'ancienne firme qui utilise moins efficacement les inputs*

☐ . . . . *Faire produire les deux firmes, car elles utilisent les inputs (au moins les derniers) avec la même efficaciter*

☐ . . . . *Faire produire l'ancienne firme, car cela coûte moins cher, et c'est moins risqué.*

Comme on l'a vu dans les questions 4) et 10), dans les mêmes conditions de prix, les deux firmes produisent, même si c'est différemment.

Les deux égalisent la productivité marginale avec le coût marginal de l'input

On doit donc en conclure qu'elles ont à ce stade la même productivité marginale

13) Supposez que vous déteniez un stock de 20 inputs, comment les utiliseriez vous, quand $p_x/p = 1/4$

Question facile, en reprenant les résultats des questions 4 et 10, on en utilise 16 avecc la nouvelle firme, et 4 avec l'ancienne. C'est en effet cet emploi d'input qui conduisait au plus grand profit possible, donc, on ne peut pas se tromper.

14) Supposez que vous déteniez un stock de 20 inputs, comment les utiliseriez vous, quand $p_x/p \neq 1/4$

La question est ici beaucoup plus nuancée et difficile.

La réponse précédente reste encore valide. Il s'agit en fait de comprendre qu'un usage optimal des inputs doit être telles que les utilités marginales des deux firmes doit être égales. Si on note x_1 le nombre d'input utilisés dans la vieille firme, et x_2 le nombre d'input utilisés dans la nouvelle firme firme, alors on doit écrire l'égalisation des productivités marginales, soit

$$1/2\sqrt{x_1} = 1/\sqrt{x_2}$$

ce qu'on peut encore écrire

$$2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2}$$

et finalement

$$4x_1 = x_2$$

Si l'on cherche x_1 et x_2 vérifiant cette condition, et la condition supplémentaire

$$x_1 + x_2 = 20$$

on trouve alors

$$x_1 = 4 \qquad x_2 = 16.$$