

**Compléments au cours relatif à la théorie du producteur**  
**Fonction de production agrégée et partage de la valeur ajoutée**

Nous avons mentionné dans le cours le fait que la fonction Cobb-Douglas à deux facteurs de production (capital,  $K$ , et travail,  $L$ ) et rendements d'échelle constants a pendant longtemps été utilisée en macroéconomie pour représenter la fonction de production d'une économie donnée :

$$Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$$

où  $Y$  représente le PIB ou le revenu national.

L'objectif de ce document est de vous rappeler les **propriétés de la Cobb-Douglas** qui ont justifié son utilisation, et de vous donner quelques **références bibliographiques** qui vous permettront de mieux faire le pont entre les éléments empiriques sur le partage de la valeur ajoutée et les fonctions de production.

Cette fonction respecte la règle dite d'épuisement du produit (théorème d'Euler, appliqué aux fonctions homogènes de degré 1) :

$$F(K, L) = Pm_K K + Pm_L L$$

et donc, sous l'hypothèse de concurrence pure et parfaite qui implique qu'à l'optimum les facteurs de production sont rémunérés à leur productivité marginale :

$$Pm_L = w \quad \text{et} \quad Pm_K = r$$

En utilisant les expressions des productivités marginales des facteurs :

$$Pm_L = (1 - \alpha) \frac{K^\alpha}{L} \quad \text{et} \quad Pm_K = \alpha \frac{L^\alpha}{K}$$

Finalement, en multipliant ces expressions soit par  $L$  soit par  $K$ , on obtient :

$$wL = (1 - \alpha)Y \quad \text{et} \quad rK = \alpha Y$$

**Implication** : quelque soit la rémunération relative des facteurs ( $w/r$ ), la part de la valeur ajoutée (du PIB donc) allant au facteur travail (resp. au facteur capital) est constante, égale à  $\alpha$  (resp.  $1 - \alpha$ ).

Cette dernière propriété est liée à l'élasticité de substitution  $\sigma_{L,K}$  mesurant la variation, en pourcentage, dans le ratio capital/travail employé dans l'économie induite par une variation de 1 % du coût unitaire du travail (relativement au coût du capital) :

$$\sigma_{L,K} = \frac{\frac{d(K/L)}{(K/L)}}{\frac{d(w/r)}{(w/r)}}$$

Afin de bien le comprendre, je vous invite à lire le **chapitre 6 du livre de Thomas Piketty**, "Ch 6. Le partage capital-travail au 21<sup>e</sup> siècle" :

Piketty, Thomas. 2013. Le capital au XXI<sup>e</sup> siècle. SEUIL. Paris: Seuil.

Consultez également les **annexes techniques** ayant trait au partage de la valeur ajoutée entre facteurs travail et capital, p. 40 à 47 notamment : <http://piketty.pse.ens.fr/files/capital21c/Piketty2013AnnexeTechnique.pdf>

C'est là que vous trouverez des explications théoriques, en lien avec les séries historiques sur les évolutions du partage de la valeur ajoutée, qui semblent en faveur de la fonction de production CES comme alternative pour la représentation de la fonction de production agrégée de l'économie.

Vous pouvez également vous reporter aux notes du cours que T. Piketty dispense à l'École d'économie de Paris (et que vous pourrez suivre en Master !) : <http://piketty.pse.ens.fr/files/PikettyEcoIneg2014Lecture4.pdf>, qui abordent également les questions relatives aux problèmes méthodologiques soulevés par la mesure empirique des parts-travail et -capital.

Comme précisé dans les slides, vous pouvez également vous reporter au petit ouvrage de synthèse écrit par P. Askenazy et ses coauteurs :

Askenazy, Philippe, Gilbert Cette, et Arnaud Sylvain. 2012. Le partage de la valeur ajoutée. Paris: La Découverte.