Interrogation de Microéconomie

TD 1205 – Sujet 1 – Corrigé

15 avril 2015

- Durée : 1h30
- Aucun document ni calculatrice n'est autorisée.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Une mauvaise présentation peut baisser la note, pensez à écrire lisiblement, numéroter vos pages, exercices et questions. Seuls les résultats encadrés seront pris en compte. Pensez à mettre des légendes sur vos graphiques et à les rendre le plus clair possible. N'oubliez pas de les commenter, aucun point ne sera attribué autrement.

Questions de cours (*5 points*)

1. Quelles analogies y a-t-il entre la modélisation du consommateur et du producteur. En particulier, quels sont les liens entre isoquantes, isocoût, droite de budget et courbes d'indifférence. (3 points)

   Les isoquantes du producteur sont les analogues des courbes d'indifférence du consommateur. Dans un cas on parle de la courbe représentant toutes les combinaisons de facteurs aboutissant à la même quantité produite, alors que dans l'autre, on parle de toutes les combinaisons possibles des biens qui aboutissent à la même utilité. Ici l'utilité est l'analogue de la quantité, alors que les biens de consommations sont les facteurs de production.

   La droite d'isocoût est l'analogue de la droite de budget. Elle représente, pour un coût donné, les combinaisons de facteurs de production possibles. La droite de budget représente elle toute les combinaisons possibles de biens pour un consommateur à un budget donné. Là encore, les biens et les facteurs de production sont analogues.

   Enfin, la maximisation de l'utilité du consommateur est similaire à la maximisation du profit du producteur.

2. Qu'est-ce que le coût moyen d'une unité de production ? Le coût marginal ? Quelle relation y a-t-il entre eux ? (2 points)

   Le coût moyen d'une unité de production représente la coût total d'une unité produite, divisée par la quantité produite :

   $$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}$$

   Où q représente la quantité produite, C_T le coût total et C_M le coût moyen.

   Le coût marginal est le coût de la dernière unité produite :

   $$C_m(q) = C_T'(q)$$

   Quand le coût marginal est égal au coût moyen, le coût moyen est à son minimum.

Exercice

Partie 1 (*8,5 points*)

Une entreprise de production de téléphone utilise des machines-outils en quantités K et un nombre L de travailleurs pour produire un téléphone. La fonction de production liant le capital et le travail à la quantité q de téléphone produite est $q(L, K) = 2\sqrt{LK} = 2\,(LK)^{\frac{1}{2}}$.

1. Définissez les rendements d'échelles. Pour cette fonction de production, sont-ils constants, croissants ou décroissants ? (1,5 point)

   Les rendements d'échelles permettent de savoir comment se comporte la fonction de production quand on multiplie chacun des facteurs de production par un même nombre. Ils peuvent être croissants, constants ou décroissants.

   Ici, en prenant $\lambda > 0$, on a :

$$\begin{aligned} q(\lambda L, \lambda K) &= 2\sqrt{\lambda L \lambda K} \\ &= 2\sqrt{\lambda^2 KL} \\ &= \lambda 2\sqrt{KL} \\ &= \lambda q(L, K) \end{aligned}$$

   On a donc que $q(\lambda L, \lambda K) = \lambda q(L, K)$, les rendements d'échelles sont donc constants [1].

2. Définissez le rendement marginal d'un facteur.

   Comment sont les rendements marginaux du capital et du travail dans cette fonction de production ? (2 points)

   Le rendement marginal d'un facteur représente la quantité supplémentaire produite lorsqu'on ajoute une quantité infinitésimale d'un des facteurs de production, et que la quantité des autres facteurs de production est fixe. Ils sont généralement décroissants. Ici, les productivités marginales sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial L}(L, K) &= 2 \times \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} = \sqrt{\frac{K}{L}} \\ \frac{\partial q}{\partial K}(L, K) &= 2 \times \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} = \sqrt{\frac{L}{K}} \end{aligned}$$

   En fixant le capital K (respectivement L), les rendements d'échelles du travail (du capital) ont la forme d'une hyperbole, ils sont donc décroissants.

3. Définissez l'isoquante d'une fonction de production et donnez l'équation générale d'une isoquante pour cette fonction de production. Tracez dans le repère (L, K) l'isoquante pour $q = 8$ téléphones. (3 points)

   L'isoquante d'une fonction de production représente l'ensemble des combinaison de facteurs qui aboutit à la même production.

   Pour cette fonction de production, prenons q_0 une quantité fixée. L'isoquante est définie par :

$$\begin{aligned} & q_0 = 2\sqrt{LK} \\ \Leftrightarrow\ & q_0^2 = 4LK \\ \Leftrightarrow\ & K = \frac{q_0^2}{4L} \end{aligned}$$

   L'isoquante est donc ici une hyperbole. Pour $q_0 = 8$ téléphones, l'équation s'écrit donc $K = \frac{16}{L}$.

4. Définissez le Taux Marginal de substitution Technique (TMST) d'une fonction de production. Quel est son expression ici ? (2 points)

   Le TMST représente la quantité d'un facteur de production qu'il faut ajouter pour rester sur la même isoquante lors d'une diminution infinitésimale d'un autre facteur. Dans le plan (L, K) précédemment donné, il s'écrit :

$$TMST(L, K) = \frac{PM_L}{PM_K}$$

1. De façon générale, toutes les fonctions de productions dites de Cobb-Douglas, c'est à dire de la forme $q(L, K) = L^\alpha K^\beta$ ont des rendements d'échelles qui dépendent de la somme $\alpha + \beta$:
— si $\alpha + \beta < 1$, les rendements d'échelles sont décroissants.
— si $\alpha + \beta = 1$, les rendements d'échelles sont constants.
— si $\alpha + \beta > 1$, les rendements d'échelles sont croissants.

Où PM représente la productivité marginale d'un facteur, qui s'obtient en dérivant par rapport à ce facteur. Les dérivées ont déjà été calculées à la question précédente, on les réutilise pour obtenir :

$$TMST(L,K) = \frac{\sqrt{\frac{K}{L}}}{\sqrt{\frac{L}{K}}} = \frac{K}{L}$$

Partie 2 (*9 points*)

Les coûts de production de l'entreprise sont de 20€ par machine-outil et 5€ par travailleur.

1. Qu'est-ce que le coût marginal d'un facteur de production ? Comment sont les coûts marginaux des deux facteurs de productions ici présents ? (2 points)

   Le coût marginal d'un facteur de production est le coût de la dernière unité utilisée du facteur de production. Ici, les coût d'utilisation de chacun des facteur est constant. Les coûts marginaux des facteurs de productions sont donc constants.

2. Combien de machines-outils et de travailleurs l'entreprise doit-elle utiliser au minimum du coût, pour produire 8 téléphones ? Représentez graphiquement cette situation (isoquante et isocoût). Donnez le coût total ainsi que l'équation de l'isocoût. (3 points)

   Au minimum de coût, l'entreprise doit égaliser son $TMST$ avec le rapport des coûts des facteurs, c'est-à-dire que l'égalité suivante doit être vérifiée :

   $$TMST(L,K) = \frac{p_L}{p_K}$$

   Où p_L est le coût du travail, et p_K est le coût du capital. Ici, d'après la question 4 de la première partie :

   $$\frac{K}{L} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow L = 4K$$

   On utilise maintenant cette condition dans la fonction de production :

   $$8 = 2\sqrt{4K^2} \Leftrightarrow 4 = 2K \Leftrightarrow K = 2$$

   L'entreprise utilise donc au minimum de coût 2 machines-outils et 8 travailleurs. Cela représente un coût total de :

   $$C_T = 20 \times 2 + 5 \times 4 = 40 + 40 = 80$$

   L'isocoût de cette situation a donc pour équation :

   $$K = 4 - \frac{L}{4}$$

3. L'entreprise fait face à une baisse brutale de la demande de téléphone, à cause de l'apparition d'un nouveau modèle chez son concurrent. Pour faire face à cette baisse brutale de la demande, l'entreprise doit diminuer sa production, mais elle ne peut vendre ses machines-outils. Elle peut en revanche licencier des travailleurs. Tracer la nouvelle situation de production sur un graphique (vous pouvez réutiliser le graphique de la situation précédente, à condition de le faire proprement et lisiblement). Justifiez. (2 points)

   L'entreprise ne peut diminuer son utilisation des machines-outils, le capital est désormais un coût fixe, avec une quantité fixée à 2 machines-outils. La nouvelle combinaison de facteurs de productions est donc sur la ligne $K = 2$. Le nombre de travailleurs utilisé doit diminuer, puisqu'elle licencie pour ajuster sa production à la baisse.

4. La nouvelle production est de 4 téléphones, combien de travailleurs l'entreprise doit-elle licencier pour faire face à cette nouvelle situation économique ? (2 points)

   Maintenant que $K = 2$, la fonction de production s'écrit $q(L) = 2\sqrt{2L}$. En particulier, avec $q = 4$, on a l'égalité :

   $$4 = 2\sqrt{2L} \Leftrightarrow 2 = \sqrt{2L} \Leftrightarrow 4 = 2L \Leftrightarrow L = 2$$

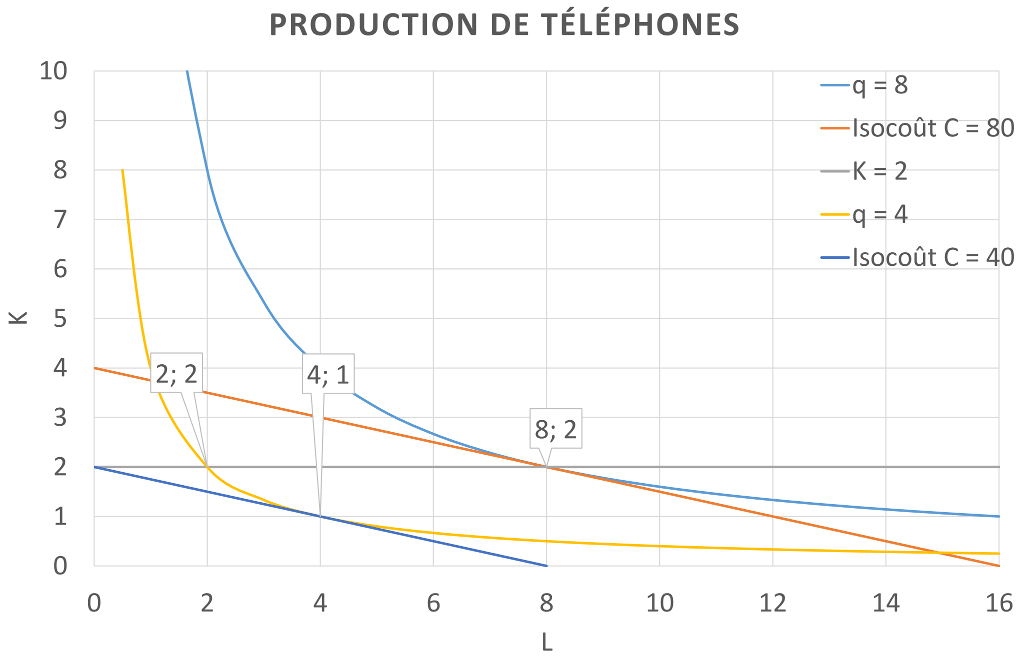

FIGURE 1 – Représentation des différentes isoquantes et isocoûts pour répondre aux questions 3 de la partie 1, et 3, 4 et 5 de la partie 2.

L'entreprise a donc besoin de 2 travailleurs pour cette nouvelle production. Elle doit donc en licencier 8 pour minimiser son coût. Le nouveau coût total est de :

$$C_T = 40 + 5 \times 2 = 50$$

5. L'entreprise peut maintenant ajuster son travail et son capital. Donnez la nouvelle combinaison de facteur qui minimise son coût (pour une production de 4 téléphones). Quel est le nouveau coût total ? Représentez graphiquement cette nouvelle situation. Commentez cette situation en la comparant à celle de la question précédente.
   On utilise la condition d'optimalité déjà utilisée dans la question : $L = 4K$. Et on la remplace dans la fonction de production : $q(K) = 2\sqrt{4K^2} = 4K$. On obtient donc pour une production de 4 téléphones l'égalité suivante :
   $$4K = 4 \Leftrightarrow K = 1$$
   Le nouveau minimum de coût est donc atteint pour $K = 1$ et $L = 4$, avec un coût de
   $$C_T = 20 \times 1 + 5 \times 4 = 40$$
   La droite d'isocoût a maintenant pour équation
   $$K = 2 - \frac{L}{4}$$